ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2022-2023 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
9-10 классы

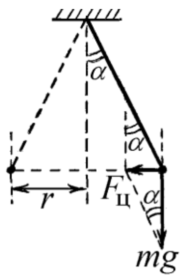
Вариант 1

Задание №1

Дано: l = 1 м ($l = const$); α = 50 градусов; g = 10 м/с^2; π = 3,14

Найти: v

Перевод исходных данных в СИ: α = 50 градусов $=5\cdot\frac{\pi}{18}$ рад



Решение: Из рисунка видно, что величина центростремительного ускорения шарика равна:

$$F_ц = m \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha.$$

Радиус орбиты, по которой вращается шарик, равен:

$$r = l \cdot \sin\alpha.$$

$$F_ц = m \cdot \mathrm{a}_ц = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

поэтому $m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha$,

разделив обе части равенства на m получим:

$$\frac{v^2}{l \cdot sin\alpha} = g \cdot \mathrm{tg}\alpha, \text{ откуда}$$

$$v^2 = l \cdot sin\alpha \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha.$$

Величина скорости шарика равна

$$v = (l \cdot sin\alpha \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha)\frac{1}{2}, \text{ т.к. } \mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \text{ то}$$

$$v = sin\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot g}{cos\alpha}\right)^{1/2}$$

подставляем в полученную формулу исходные данные:

$$v = sin\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot g}{cos\alpha}\right)^{1/2} = 0{,}766 \cdot (1 \cdot 10/0{,}643)^{1/2} = 3{,}02 \text{ (м/с)}.$$

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 3 м/с.

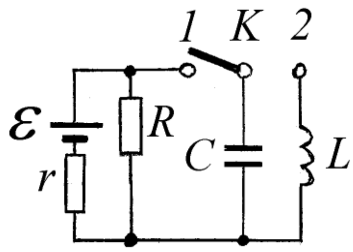
Ответ: v = 3 м/с

Задание №2

Дано: ε = 60 В; r = 2 Ом; R = 10 Ом; C = 100 мкФ; L = 2,5 мГн

Найти: I_m

Перевод исходных данных в СИ: C = 100 мкФ = 10^{-4} Ф; L = 2,5 мГн = 2,5 $\cdot 10^{-3}$ Гн



Решение: Когда ключ K находится в положении 1, то сила тока в цепи равна:

$$I = \varepsilon/(r + R) = 60/(2 + +10) = 5 \text{ (А)}.$$

Вычислим напряжение на сопротивлении

$$U_R = I \cdot R = 5 \cdot 10 = 50 \text{ (В)},$$

оно равно напряжению на конденсаторе U_C. После переключения ключа K в положение 2 в колебательном контуре LC начнутся электромагнитные колебания. По закону сохранения энергии максимальная электрическая энергия равна максимальной магнитной энергии

$$W_{\text{электрическая}} = W_{\text{магнитная}}, \text{ т.е. } C \cdot \frac{U_c^2}{2} = L \cdot \frac{I_m^2}{2}, \text{ таким образом}$$

$$C \cdot U_c^2 = L \cdot I_m^2, \text{ поэтому}$$

$$I_m = U_c \cdot (\frac{C}{L})^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу цифровые данные:

$$I_m = U_c \cdot (\frac{C}{L})^{\frac{1}{2}} = 50 \cdot (\frac{10-4}{2,5} \cdot 10^{-3})^{1/2} = 10 \text{ (А)}.$$

Представить полученный результат необходимо в виде целого числа, поэтому I_m = 10 А.

Ответ: I_m = 10 А

Задание №3

Дано: t_1 = 27 градусов Цельсия; t_2 = 50 градусов Цельсия; p_1 = 100000 Па;

ρ = 1000 кг/м^3

Найти: v

Перевод исходных данных в СИ: t_1 = 27 градусов Цельсия = 300 К; t_2 = 50 градусов Цельсия = 323 К

Решение: Т.к. $\Delta p = \rho \cdot \frac{v^2}{2}$, то $v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}}$.

Уравнение Менделеева-Клапейрона имеет вид:

$$p \cdot V = \left(\frac{m}{\mu}\right) \cdot R \cdot T.$$

Объем, масса и молярная масса в данной задаче остаются постоянными, поэтому

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ и}$$

$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 100000 \cdot \frac{323}{300} =$ = 107667 (Па). $\Delta p = p_2 - p_1$ = 107667 – 100000 = 7667 (Па).

Таким образом:

$$v = = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot \frac{7667}{1000} /)^{\frac{1}{2}} = 3{,}92 \text{ (м/с)}.$$

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 4 м/с.

Ответ: v = 4 м/с

Задание №4

Дано: R_1 = 10 см; R_2 = 20 см; $q_1 = q_2 = q$ = 30 нКл.

Найти: Δq.

Перевод исходных данных в СИ: R_1 = 10 см = 0,1 м; R_2 = 20 см = 0,2 м;

$q_1 = q_2$ = 30 нКл = $30 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение: Потенциалы шариков до соединения:

$$\varphi_1 = k \cdot \frac{q}{R_1} \text{ и } \varphi_2 = k \cdot \frac{q}{R_2}, \text{ т.к. } R_1 < R_2, \text{ то } \varphi_1 > \varphi_2$$

и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2, а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1. Пусть $q_1°$ - заряд 1-го шарика после соединения, а $q_2°$ - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда

$$q_1{}^{o} + q_2{}^{o} = 2 \cdot q,$$

поэтому $q_2{}^{o} = 2q - q_1°$.

Т.к. $\varphi_1{}^{o} = \varphi_2{}^{o}$, то

$$k \cdot \frac{q_1{}^{o}}{R_1} = k \cdot (\frac{2*q - q_1{}^{o}}{R_2}),$$

откуда $q_1{}^{o} = 2 \cdot q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

Поэтому

$$\Delta q = q_1 - q_1{}^{o} = q - 2 \cdot q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = q * \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}.$$

Подставим численные значения:

$$\Delta q = 30 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}2 - 0{,}1}{0{,}2 + 0{,}1} = 10 \cdot 10^{-9} \text{ (Кл)} = 10 \text{ (нКл)}.$$

Ответ: Δq = 10 нКл.

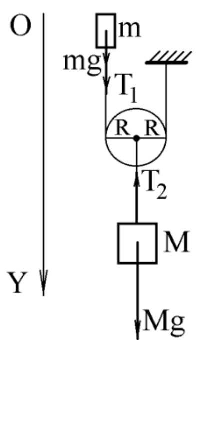
Задание №5

Дано: m = 1 кг, M = 6 кг, g =10 м/с^2.

Найти: a.

Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.

Решение: Пусть ось ОУ направлена вертикально вниз. По второму закону Ньютона для грузика m:



$$m \cdot g + T_1 = m \cdot a_1.$$

Для груза M:

$$M \cdot g - T_2 = M \cdot a_2.$$

Пусть радиус невесомого блока равен R и ускорение блока (и груза M) равно a. Тогда

$$a_2 = a \text{ и } a_1 \ = \ 2 \cdot a. \text{ Пусть } T_1 = T, \text{ тогда } T_2 \ = \ 2 \cdot T.$$

С учетом вышеизложенного уравнения для грузов примут вид:

$$m \cdot g \ + \ T \ = \ m \cdot 2 \cdot a \quad \text{и} \quad M \cdot g \ - \ 2 \cdot T \ = \ M \cdot a.$$

Из первого уравнения найдем:

$$T \ = \ m \cdot 2 \cdot a \ - \ m \cdot g$$

и подставим это выражение во второе уравнение

$$M \cdot g \ - \ 2 \cdot (m \cdot 2 \cdot a \ - \ m \cdot g) = \ M \cdot a, \ \text{ т.е.} \, a \ = \ g \cdot \frac{M \ + \ 2 \cdot m}{M \ + \ 4 \cdot m}.$$

Подставив полученное значение для a в первое уравнение, найдем выражение для натяжения нити $T \ = \frac{g \cdot M \cdot m}{M \ + \ 4 \cdot m}$.

Подставляем в полученную формулу для a исходные данные

$$a \ = \ g \cdot \frac{M \ + \ 2 \cdot m}{M \ + \ 4 \cdot m} = \ 10 \cdot \frac{6 \ + \ 2 \cdot 1}{6 \ + \ 4 \cdot 1} = \ 8 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

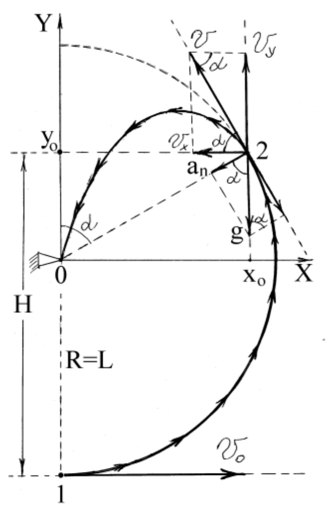
Ответ: a = 8 м/с^2.

Задание №6

Дано: L = 1 м; g = 10 м/с^2.

Найти: v_0.

Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.



Решение: Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. L = R – это радиус траектории движения в начале движения. O – точка подвеса и начало осей OX и OY. x_0 – координата по оси OX точки 2, y_0 – координата по оси OY точки 2. Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то:

$x \ = \ x_0 \ + \ v_0 x \cdot t \ + \ ax \cdot \frac{t_2}{2}$ и $y \ = \ y_0 \ + \ v_0 y \cdot t \ + + ay \cdot \frac{t_2}{2}$;

где $x_0 = \ R \cdot \sin a,$ где

$$y_0 = R \cdot \cos a,\ v_0x = -v \cdot \cos a,\ v_0y = v \cdot \sin a.$$

Т.е. $x = R \cdot \sin a - v \cdot \cos a \cdot t$ и $y = R \cdot \cos a + v \cdot \sin a \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$.

В точке подвеса $x = 0$ и $y = 0$. Т.е. $0 = R \cdot \sin a - v \cdot \cos a \cdot t$ и

$$0 = R \cdot \cos a + + v \cdot \sin a \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2},$$

поэтому $t = R \cdot \frac{\sin a}{v \cdot \cos a}$ и

$$0 = R \cdot v \cdot \cos a + v \cdot \sin a \cdot R \cdot \frac{\sin a}{v \cdot \cos a} - g \cdot \frac{\left[\frac{R \cdot \sin a}{v \cdot \cos a}\right]^2}{2}.$$

В точке 2: $a_n = \frac{v_2}{R}$ и $a_n = g \cdot \cos a$, т.е.

$$\frac{v_2}{R} = g \cdot \cos a$$

или

$$v2 = g \cdot R \cdot \cos a.$$

Т.е. по оси ОУ:

$$0 = R \cdot \cos a + R \cdot \frac{\sin^2 a}{\cos a} - g \cdot R \cdot \frac{\sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]} \sin^2 a$$

или

$$0 = R \cdot \cos a + R \cdot \frac{\sin^2 a}{\cos a} - R \cdot \frac{\sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]}.$$

Таким образом:

$$0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot 2 \cdot \cos^2 a - \sin^2 a$$

Или

$$0 = 2 \cdot \cos^4 a + + \sin^2 a \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1).$$

Т.к. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$,

то $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$,

поэтому

$$0 = 2 \cdot \cos^4 a + (1 - \cos^2 a) \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1).$$

Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим:

$$0 = 2 \cdot z^2 + (1 - z)(2 \cdot z - 1)$$

Или

$$0 = 3\cdot z - 1, \text{ т.е. } z = \frac{1}{3}$$

Или

$$\cos^2 a = \frac{1}{3}, \text{ т.е. } \cos a = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3}.$$

Пусть масса материальной точки равна m. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1:

$$m \cdot \frac{{v_0}^2}{2} = m\cdot g\cdot H + m\cdot \frac{v_2}{2}, \text{т.е.}$$

$\frac{{v_0}^2}{2} = g\cdot(R + R\cdot \cos a) + \frac{v_2}{2}$

или

$${v_0}^2 = 2\cdot g\cdot R\cdot(1 + \cos a) + v_2 = 2\cdot g\cdot R\cdot(1 + \cos a) + g\cdot R\cdot cos\, a =$$

$$= g\cdot R\cdot(3\cdot\cos a + 2).$$

$$\text{Т.е. } v_0 = [g\cdot R\cdot(3\cdot\cos a + 2)]^{\frac{1}{2}}.$$

Подставим численные значения:

$$v_0 = [10\cdot 1\cdot(\frac{3\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3} + 2)]^{\frac{1}{2}} = 6{,}1 \text{ (м/с)}.$$

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v_0 = 6 м/с.

Ответ: v_0 = 6 м/с.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2022-2023 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
9-10 классы

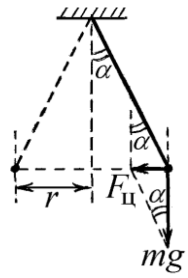
Вариант 2

Задание №1
Дано: l = 90 см ($l = const$); α = 70 градусов; g = 10 м/с^2; π = 3,14.

Найти: T

Перевод исходных данных в СИ: l = 90 см = 0,9 м; α = 70 градусов = $7 \cdot \frac{\pi}{18}$ рад

Решение: Из рисунка видно, что величина центростремительного ускорения шарика равно:



$$F_ц = m \cdot g \cdot tg\alpha.$$

Радиус орбиты, по которой вращается шарик, равен:

$$r = l \cdot sin\alpha.$$

$$F_ц = m \cdot a_ц = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

поэтому $m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot tg\alpha,$

разделив обе части равенства на m получим:

$$\frac{v^2}{l \cdot sin\alpha} = g \cdot tg\alpha,$$

откуда $v^2 = l \cdot sin\alpha \cdot g \cdot tg\alpha.$

Величина скорости шарика равна $v = (l \cdot sin\alpha \cdot g \cdot tg\alpha)^{\frac{1}{2}},$

т.к. $tg\alpha = \frac{sin\alpha,}{cos\alpha}$, то $v = sin\alpha \cdot (\frac{l \cdot g}{cos\alpha})^{\frac{1}{2}}.$

Длина окружности по которой вращается шарик равна:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \sin\alpha.$$

Период вращения шарика по окружности равен:

$$T = \frac{L}{v} = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{sin\alpha}{\sin\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot g}{cos\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}} = 2 \cdot \pi \cdot (\frac{l \cdot cos\alpha}{g})^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу исходные данные:

$T = 2 \cdot \pi \cdot (\frac{l \cdot cos\alpha}{g})^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}9 \cdot \frac{0{,}342}{10})^{\frac{1}{2}} = 1{,}10$ (с).

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому T = 1 с.

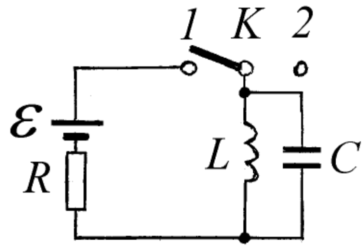
Ответ: 1 с

Задание №2

Дано: ε = 12 В; r = 0 Ом; R = 6 Ом; C = 100 мкФ; L = 10 мГн

Найти: U_C

Перевод исходных данных в СИ: C = 100 мкФ = 10^{-4} Ф; L = 10 мГн = 10^{-2} Гн



Решение: Когда ключ K находится в положении 1, то сила тока в цепи равна:

$$I = \varepsilon/R = 12/6 = 2 \text{ (А)}$$

После переключения ключа K в положение 2 в колебательном контуре LC начнутся электромагнитные колебания. По закону сохранения энергии максимальная электрическая энергия равна максимальной магнитной энергии

$$W_{\text{электрическая}} = W_{\text{магнитная}}, \text{ т.е. } C \cdot \frac{U_{c^2}}{2} = L \cdot \frac{I^2}{2},$$

таким образом $C \cdot U_{c^2} = L \cdot I^2$, поэтому

$$U_c = I \cdot (L/C)^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу цифровые данные

$$U_c = I \cdot (\frac{L}{C})^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot (\frac{10^{-2}}{10^{-4}})^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ (В)}$$

Полученный результат необходимо представить в виде целого числа, поэтому U_C = 20 В.

Ответ: U_C = 20 В

Задание №3

Дано: t_1 = 22 градуса Цельсия; t_2 = 37 градусов Цельсия; p_1 = 100000 Па; ρ = 1000 кг/м^3

Найти: v

Перевод исходных данных в СИ: t_1 = 22 градуса Цельсия = 295 К; t_2 = 37 градусов Цельсия = 310 К

Решение:

$$\text{Т.к. } \Delta p = \frac{\rho \cdot v^2}{2}, \text{то } v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}}.$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона имеет вид:

$$p \cdot V = (\frac{m}{\mu}) \cdot R \cdot T.$$

Объем, масса и молярная масса в данной задаче остаются постоянными, поэтому

$$\frac{p2}{p1} = \frac{T2}{T1}$$

и

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T2}{T1} = 100000 \cdot \frac{310}{295} = 105080 \text{ (Па)}.$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 105080 - 100000 = 5080 \text{ (Па)}.$$

Таким образом:

$$v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot \frac{5080}{1000})^{1/2} = 3{,}19 \text{ (м/с)}.$$

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 3 м/с.

Ответ: v = 3 м/с

Задание №4

Дано: R_1 = 20 см; R_2 = 40 см; $q_1 = q_2 = q$ = 24 нКл.

Найти: Δq.

Перевод исходных данных в СИ: R_1 = 20 см = 0,2 м; R_2 = 40 см = 0,4 м;

$q_1 = q_2 = 24$ нКл $= 24 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение: Потенциалы шариков до соединения:

$$\varphi_1 = k \cdot q/R_1 \text{ и } \varphi_2 = k \cdot q/R_2,$$

$$\text{т.к. } R_1 < R_2, \text{ то } \varphi_1 > \varphi_2$$

и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2, а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1. Пусть $q_1°$ - заряд 1-го шарика после соединения, а $q_2°$ - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда:

$$q_1° + q_2° = 2 \cdot q,$$

$$\text{поэтому } q_2° = 2 \cdot q - q_1°.$$

$$\text{Т.к. } \varphi_1° = \varphi_2°, \text{ то } k \cdot q_1°/R_1 = k \cdot \frac{2 \cdot q - q1°}{R2},$$

$$\text{откуда } q_1° = 2 \cdot q \cdot \frac{R1}{R1 + R2}.$$

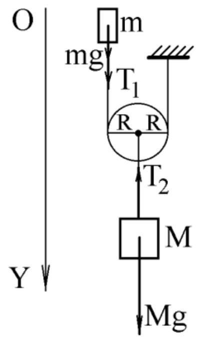
$$\text{Поэтому } \Delta q = q_1 - q_1° = q - 2 \cdot q \cdot \frac{R1}{R1 + R2}. = q \cdot \frac{R2 - R1}{R2 + R1}.$$

Подставим численные значения:

$$\Delta q = 24 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}4 - 0{,}2}{0{,}4 + 0{,}21} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ (Кл)} = 8 \text{ (нКл)}.$$

Ответ: $\Delta q = 8$ нКл.

Задание №5



Дано: m = 1 кг, M = 6 кг, g =10 м/с^2.

Найти: T.

Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.

Решение: Пусть ось ОУ направлена вертикально вниз. По второму закону Ньютона для грузика m:

$$m \cdot g + T_1 = m \cdot a_1.$$

Для груза M:

$$M \cdot g - T_2 = M \cdot a_2.$$

Пусть радиус невесомого блока равен R и ускорение блока (и груза M) равно a.

Тогда $a_2 = a$ и $a_1 = 2 \cdot a$.

Пусть $T_1 = T$,

тогда $T_2 = 2 \cdot T$.

С учетом вышеизложенного уравнения для грузов примут вид:

$$m \cdot g + T = m \cdot 2 \cdot a \text{ и } M \cdot g - 2 \cdot T = M \cdot a.$$

Из первого уравнения найдем:

$$T = m \cdot 2 \cdot a - m \cdot g$$

и подставим это выражение во второе уравнение:

$$M \cdot g - 2 \cdot (m \cdot 2 \cdot a - m \cdot g) = M \cdot a,$$

$$\text{т.е. } a = g \cdot \frac{M + 2 \cdot m}{M + 4 \cdot m}.$$

Подставив полученное значение для a в первое уравнение, найдем выражение для натяжения нити:

$$T = g \cdot M \cdot \frac{m}{M + 4 \cdot m}.$$

Подставляем в полученную формулу для T исходные данные

$$T = g \cdot M \cdot \frac{m}{M + 4 \cdot m} = 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{6 + 4 \cdot 1} = 6 \text{ (Н).}$$

Ответ: T = 6 Н.

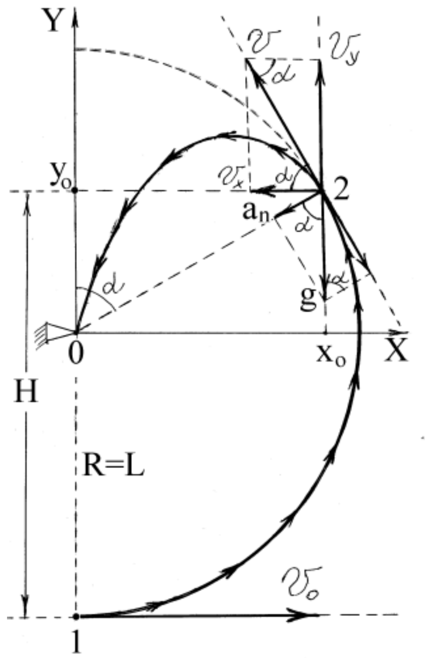
Задание №6

Дано: L = 1 м; g = 10 м/с^2; m = 200 г.

Найти: p_0.

Перевод исходных данных в СИ: m = 200 г = 0,2 кг.

Решение: Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. $L = R$ – это радиус траектории движения в начале движения. О – точка подвеса и начало осей ОХ и ОУ. x_0 – координата по оси ОХ точки 2, y_0 – координата по оси ОУ точки 2. Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то:



$$x = x_0 + + v_{0x} \cdot t + a_x \cdot \frac{t^2}{2}$$

И

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + a_y \cdot \frac{t^2}{2};$$

где $x_0 = R \cdot sina$, $y_0 = R \cdot cosa$,

$v_{0x} = -v \cdot cosa, v_{0y} = v \cdot sina.$

Т.е. $x = R \cdot sina - -v \cdot cosa \cdot t$

И

$$y = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}.$$

В точке подвеса $x = 0$ и $y = 0$.

Т.е. $0 = R \cdot sina - v \cdot cosa \cdot t$

и

$$0 = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2},$$

поэтому $t = \frac{R \cdot sina}{(v \cdot cosa)}$

и

$$0 = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot R \cdot \frac{sina}{v \cdot cosa} - \frac{g \cdot [R \cdot sina/(v \cdot cosa)]^2}{2}.$$

В точке 2:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \text{ и } a_n = g \cdot cosa,$$

$$\text{т.е. } \frac{v^2}{R} = g \cdot cosa$$

или

$$v^2 = g \cdot R \cdot cosa.$$

Т.е. по оси ОУ:

$$0 = R \cdot cosa + R \cdot \frac{\sin^2 a}{cosa} - \frac{g \cdot R^2 \cdot \sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot cosa \cdot \cos^2 a]}$$

Или

$$0 = R \cdot cosa + R \cdot \frac{\sin^2 a}{cosa} - \frac{R \cdot \sin^2 a}{[2 \cdot cosa \cdot \cos^2 a]}.$$

Таким образом:

$$0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot 2 \cdot \cos^2 a - \sin^2 a$$

Или

$$0 = 2 \cdot \cos^4 a + + \sin^2 a \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1).$$

$$\text{Т.к. } \sin^2 a + \cos^2 a = 1,$$

$$\text{то } \sin^2 a = 1 - \cos^2 a,$$

$$\text{поэтому } 0 = 2 \cdot \cos^4 a + (1 - \cos^2 a) \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1).$$

Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим: $0 = 2 \cdot z^2 + (1 - z)(2 \cdot z - 1)$ или

$$0 = 3 \cdot z - 1, \text{т.е. } z == \frac{1}{3}$$

Или

$$\cos^2 a = \frac{1}{3},$$

$$\text{т.е. } cosa = \frac{3^{\frac{1}{2}}.}{3}.$$

Пусть масса материальной точки равна *m*. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1:

$$m \cdot \frac{v_0^2}{2} = m \cdot g \cdot H + m \cdot \frac{v^2}{2},$$

$$\text{т.е. } \frac{v_0^2}{2} = g \cdot (R + R \cdot cosa) + \frac{v^2}{2}$$

или

$$v_0^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + cosa) + v^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + cosa) + g \cdot R \cdot cosa =$$
$$= g \cdot R \cdot (3 \cdot cosa + 2).$$

$$\text{Т.е. } v_0 = [g \cdot R \cdot (3 \cdot cosa + 2)]^{\frac{1}{2}}.$$

Подставим численные значения:

$$v_0 = [10 \cdot 1 \cdot (\frac{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3} + 2)]^{\frac{1}{2}} = 6{,}1 \text{ (м/с)}.$$

Величина начального импульса шарика равна:

$$p_0 = m \cdot v_0 = 0{,}2 \cdot 6{,}1 = 1{,}22 \text{ (кг·м/с)}.$$

Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому $p_0 = 1$ кг·м/с.

Ответ: $p_0 = 1$ кг·м/с.